



TITLE:

On orbit spaces by torus groups(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Otuka, Kayo

CITATION:

Otuka, Kayo. On orbit spaces by torus groups. 京都大学, 1964, 理学博士

ISSUE DATE:

1964-12-22

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/211416>

RIGHT:

氏 名	大 塚 香 代 おお つか か よ
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 80 号
学位授与の日付	昭 和 39 年 12 月 22 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	On orbit spaces by torus groups (トーラス群による軌跡の空間について)
論文調査委員	(主 査) 教 授 永 田 雅 宜 教 授 小 堀 憲 教 授 小 松 醇 郎

論 文 内 容 の 要 旨

一般に、代数多様体 U 上に一つの同値関係 E が与えられたときその同値類の集合 U/E を考えることができる。これが自然に代数幾何学的にどんな構造をもつかという問題は、未だに満足すべき答の得られていない難問である。

著者は主論文において、次のような結果を与えている： X がアフィン多様体 V 上の射影多様体、 T がトーラス群で T が X の斉次座標環の有理同型を引きおこすように作用しているものとする。 X の点で、 T によるオービットの次元が最大になるもの全体の集合を U とする。すると U/T は V の座標環 R 内の T -不変元全体 $I_T(R)$ で定義されるアフィン多様体の上の射影多様体有限個で覆われる。

T がトーラス群という条件をなくすれば、 $T=SL(n)$ などでも U/T をアフィン多様体で覆うこともできないことがあるという既知の事実と対比して、大変きれいな定理であるといえる。

また著者は、主論文の最後の節において、 G が線型代数群、 H がその部分群であるとき、 G/H における正則函数の存在についての興味ある例を与えている。即ち H が G のボレル部分群を含めば、 G/H は射影多様体になり、従って、常数でない正則函数は存在しないことは既知の事実であるが H がボレル部分群の真部分群であっても、 G/H は常数でない正則函数をもつとは限らないことを例示している。

参考論文第 1 部においては、「代数群 G の代数的部分群 H, K について、その交換子群 $[H, K]$ が代数群であることと、 H と K とで生成された部分群が代数群であることは同値である」という定理を先づ証明している。上記定理の応用として次の三つの定理を導いている。

- (1) G, H が代数群、 $H \subseteq G$ なら G の、 H を含む最小の正規部分群は代数群である。
- (2) G が代数群、 M, N が部分代数群、 $MN=NM$ なら $[M, N]$ は代数群である。
- (3) G が代数群、 M, N が部分代数群、 N が連結ならば、 M と N とで生成された部分群は代数群である。

これらの応用は、上記定理から簡単に得られるものであり、そのことからでも上記定理の良さが知られ

よう。

参考論文第2部においては次のような三つの定理を与えた。

- (1) G を連結代数群, H を G で稠密な G の正規部分群とすれば $H \supseteq [G, G]$
- (2) G を連結半単純群, K を任意のコンパクト群とする。このとき G から K の中への任意の準同型写像 ϕ に対して $\phi(G) = \{1\}$ が成立する。
- (3) G を連結群, K をコンパクト群とし, G から K の中への準同型写像を ϕ とすれば $\phi(G)$ は可解である。

参考論文第3部においては代数曲面についての Reeve, Tyrrell の論文で予想として書いた代数曲面の特異点の除去についての問題の肯定的解を与えた。

論文審査の結果の要旨

著者は主論文において、次の新しい結果を、もう少し一般化した形で得ている。

T がトーラス群で、これがアフィン多様体 V に有理的に作用しているとする。 T によるオービットの次元が最大になるような V の点の集合を U とする。 V の座標環を R とし、 R の T -不変元を $I_T(R)$ で示す。すると、商空間 U/T は $I_T(R)$ を座標環にもつアフィン多様体の上の射影多様体有限個で覆うことが出来る。

元来、商空間についての問題— T を一般的な代数群にしたとき、上のような U/T がどんな性質をもつか、どんなときに代数多様体になるか、 V の開集合 U' で U'/T が多様体になるようなものにはどんなものがあるか、などといった問題—は大変困難なものである。特殊な問題のときを除けば、一般論として知られていることは、(1) T が一般のとき、上のような U' はたしかに存在する。(2) T が semi-reductive group といわれるもののときは、 $V=U$ ならば U/T はアフィン多様体になる。(3) T がトーラス群のとき、 U/T はアフィン多様体有限個で覆われる。それに反し、 T がトーラス群でないときは(半単純群であっても) U/T がアフィン多様体では覆えない場合があるというようなことであった。

著者の得た定理は上の(3)を大変前進させたものである。例えば U/T において、互に対応する局所環をもつ二点がないならば、 U/T は $I_T(R)$ で定義されたアフィン多様体の上の射影多様体になる、ということも、著者の結果から直ちに得られるということからもそのよくなった点が見えよう。

また著者は群 G の部分群 H による商空間 G/H における正則函数の存在について、興味ある例を与えている点も見逃せない。

また参考論文第1部においては「代数群 G の代数的部分群 H, K について、交換子群 $[H, K]$ が代数群であることの必要十分条件は H と K とで生成された部分群が閉集合であることである」という大変すぐれた定理を与えている。同時に与えているいくつかの応用例からもわかるように、上記定理は代数群の一般論において、基礎的な面において大変重要な定理である。また証明には、非常な困難さがうまく克服されており、単に結果の良さだけでなく、この点からも賞讃すべきものである。

以上のことから、著者大塚香代は代数群について、重要な定理を証明することによって、代数群の理論の発展に貢献しているといえる。従って、代数群の分野において、すぐれた研究能力を有するものと

められる。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値があるものとみとめる。